

CONCURSUL **CAMPIONII MATEMATICII**

27.05.2017

NUME SI PRENUME ELEV:.....

ȘCOALA:.....

Varianta 1 – Clasa a VIII-a

1. Media geometrică a nr. $x = |6\sqrt{3} + 3\sqrt{11}|$ și $y = |3\sqrt{11} - 6\sqrt{3}|$ este:

- a) 1; b) 3; c) 9; d) $6\sqrt{3}$.

2. Doi frați au împreună 13 ani. Peste 4 ani vârsta unuia dintre frați va fi dublul vârstei celuilalt. În prezent fratele mai mare are:

- a) 7 ani; b) 8 ani; c) 10 ani; d) 11 ani.

3. Rezultatul calculului: $(2x - 1)^2 - 2x(x - 2)$ este:

- a) 1; b) $2x^2 + 1$; c) $2x^2 + 4x - 1$; d) $2x^2 - 4x - 3$.

4. Dacă a, b, c sunt numere reale astfel încât $a^2 + 2b = 7$, $b^2 + 4c = -7$ și $c^2 + 6a = -14$ atunci suma $a^2 + b^2 + c^2$ este egală cu:

- a) -14; b) -4; c) 6; d) 14.

5. VABC este o piramidă triunghiulară regulată cu muchia laterală $VA = 16$ cm și latura bazei $AB = 24$ cm. Dacă M este mijlocul laturii BC, atunci distanța de la M la planul (VAB) este:

- a) $\frac{12\sqrt{21}}{7}$ cm; b) $\frac{24\sqrt{21}}{7}$ cm; c) $3\sqrt{7}$ cm; d) 12 cm.

6. Valoarea maximă a expresiei

$E(x) = 4 - \sqrt{x^2 - 8x + 25}$ este:

- a) -1; b) 0; c) 1; d) 4.

7. Se dă paralelipipedul dreptunghic ABCDA'B'C'D' cu $AB=10$ cm, $BC=5$ cm și $AA' = 18$ cm.

Dacă $M \in (BB')$ astfel încât perimetrul $\triangle A'MC$ să fie minim, atunci lungimea segmentului MB este egală cu:

- a) 0 cm; b) 1 cm; c) 6 cm; d) 9 cm.

NUME SI PRENUME ELEV:.....

8. Dacă $a, b \in \mathbb{R}_+$ astfel încât $a^2 + b^2 = 6$ și $(a + b)^4 - (a - b)^4 = 48$, atunci a este:

a) $\sqrt{3} - 2$; b) 2; c) $1 + \sqrt{2}$; d) 3.

9. În prisma dreaptă cu baza triunghi echilateral $ABCA'B'C'$, $AA' = 6$ cm, $AB = 8$ cm. Peste mijlocul segmentului $B'C'$ și $A'B \cap B'A = \{O\}$. Lungimea segmentului PO este:

a) $\sqrt{23}$ cm; b) 5 cm; c) $4\sqrt{3}$ cm; d) $5\sqrt{2}$ cm.

10. Dacă $a - 3b = -1$ și $a \in [-1; 2]$ atunci valoarea expresiei $\sqrt{a^2 + b^2 + 5 - 4a - 2b} + \sqrt{a^2 + b^2 + 1 + 2a}$ este:

a) 3; b) $1 + \sqrt{5}$; c) $\sqrt{10}$; d) $2 + \sqrt{5}$.

11. Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației: $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} + \frac{2x^2-x+3}{1-x^2} = 0$ este:

a) \emptyset ; b) 1; c) -1; d) 2.

12. Se consideră $\triangle ABC$ dreptunghic cu catetele $AB = 12$ cm, $AC = 8\sqrt{3}$ cm. În punctele A și C se ridică perpendicularele pe planul său $AM = 6$ cm și $NC = 2$ cm. Distanța de la punctul M la dreapta de intersecție a planelor (ABC) și (MNB) este:

a) 6 cm; b) $\frac{24\sqrt{7}}{7}$ cm; c) 12 cm; d) $2\sqrt{57}$ cm.

13. Dacă a, b, c sunt lungimile laturilor unui triunghi și $(a^2 - b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2) = 4b^2c^2$ atunci triunghiul este:

a) isoscel; b) dreptunghic; c) echilateral; d) oarecare.

14. Numărul tripletelor de numere raționale $(x; y; z)$ cu proprietatea:

$||x - 2| - 3| - 4| + \sqrt{4y(y + 1) + 3z(3z + 10) + 35} \leq 3$ este egal cu:

a) 1; b) 2; c) 3; d) 4.

15) Două piramide patrulatere regulate au aceeași bază $BCDE$ și vârfurile A și F (de o parte și de alta a bazei). Toate muchiile laterale și ale bazei au lungimile de 6 cm. Distanța dintre (ABC) și (DEF) este de:

a) $2\sqrt{6}$ cm; b) 6 cm; c) $6\sqrt{2}$ cm; d) $4\sqrt{6}$ cm.

NUME SI PRENUME ELEV:.....

16) Ecuația $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 8$ are:

a) o soluție reală; b) 4 soluții reale; c) nicio soluție reală; d) 2 soluții reale.

17) Soluția reală a inecuației $|x - 3| \cdot \sqrt{x^2} \cdot (|x - 5| - 8) < 0$ este

a) $(-3 ; 13) \setminus \{0 ; 3\}$; b) $(-3 , 13) \setminus \{3\}$; c) $(-3 ; 13)$; d) $[-3 ; 13] \setminus \{0\}$.

18) Desfășurarea laterală a unui cilindru circular drept este un dreptunghi. Media aritmetică dintre lungimea și lățimea dreptunghiului este 12 și diferența pătratelor lor este 144. Știind că generatoarea este egală cu lungimea dreptunghiului volumul cilindrului este egal cu:

a) $\frac{1215}{4\pi}$; b) 45π ; c) $\frac{1215\pi}{4}$; d) 540π .

19) Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ astfel încât: $2f(x+2) - g(1-x) = -6x - 19$ și $f(x+2) + 3g(1-x) = -17x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Atunci:

a) $f(x) = -35x - 56$; b) $f(x) = -5x - 8$; c) $f(x) = -5x + 2$; d) $f(x) = 5x + 2$.

20. Determinați $x \in [-5 ; 5]$ pentru care: $\frac{|x-8|}{|2x-10| + |2x+11|} = \frac{1}{7}$

a) $x \in \emptyset$; b) $x \in \{5\}$; c) $x \in \{\frac{11}{2}\}$; d) $x \in \{5 ; 11\}$.

21. Fie $a, b, c \in \mathbb{Z}$ astfel încât $|a + 3| + b^2 + 4c^2 - 14b - 12c + 55 = 0$. Atunci:

a) $c \in \{1\}$; b) $c \in \{-1 ; 2\}$; c) $c \in \{0 ; 1\}$; d) $c \in \{1 ; 2\}$

22. Dacă x, y, z sunt numere raționale pozitive astfel încât $\frac{5y+4z-x}{3x} = \frac{5z+4x-y}{3y} = \frac{5x+4y-z}{3z}$ atunci raportul $\frac{(5y+4z)(5z+4x)(5x+4y)}{x \cdot y \cdot z}$ este egal cu:

a) 27; b) 729; c) 13^3 ; d) 14^3 .

23) Fie nr. $a = \frac{2}{4 \cdot 9} + \frac{2}{9 \cdot 14} + \frac{2}{14 \cdot 19} + \dots + \frac{2}{2009 \cdot 2014}$. Atunci:

a) $a \in (0 ; \frac{1}{10})$; b) $a \in (0 ; \frac{201}{2015})$; c) $a \in (0 ; \frac{100}{1007})$; d) $a \in (\frac{100}{1007} ; \frac{201}{2014})$.

24) Fie $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $x = |a| + |b| + |c|$ și $y = |a - 2| + |b - 2| + |c - 2|$. Atunci:

a) $x + y = 2$; b) $x + y < 6$; c) $x + y = 3$; d) $x + y \geq 6$.

NUME SI PRENUME ELEV:.....

25) Pe planul $\triangle ABC$ echilateral de latura a se ridică perpendiculare AA' și BB' . Se știe că $BB' = a$. Lungimea segmentului AA' pentru care $\triangle A'B'C$ este dreptunghic $m(\sphericalangle B') = 90^\circ$ este:

- a) a ; b) $\frac{3a}{2}$; c) $\sqrt{2}a$; d) $2a$.

26) În urma simplificării fracția $\frac{5x^2+3x-2}{2x^2+3x+1}$ devine:

- a) $\frac{5x-2}{2x+1}$; b) $\frac{5x+2}{2x-1}$; c) $\frac{x+1}{2x+1}$; d) $\frac{5x-2}{x+1}$.

27) Soluția reală a inecuației: $x + 1 > x\sqrt{2} + \sqrt{2}$ este:

- a) $(-\infty; -1)$; b) $(-\infty; -1]$; c) $(-1; +\infty)$; d) $(1; +\infty)$.

28) Un trunchi de con circular drept are raza bazei mari $R = 2$ cm. Dacă raza bazei mici, înălțimea și $\frac{V}{\pi}$ (V fiind volumul trunchiului) sunt numere naturale (exprimate în centimetri, respectiv cm^3) atunci lungimea înălțimii trunchiului de con astfel încât volumul să fie minim este:

- a) 1; b) $\sqrt{2}$; c) 3 cm; d) 6 cm.

29) Știind că $x = \sqrt{(\sqrt{8} - 3)^2} + \sqrt{(4 - \sqrt{18})^2} + \sqrt{(11 - \sqrt{2})^2}$ atunci numărul:

$y = \sqrt{(1 + 2 + 3 + \dots + x)^2 - (1 + 2 + 3 + \dots + x) - 54}$ este egal cu:

- a) $\sqrt{54}$; b) 54; c) 55; d) $54\sqrt{2}$.

30) Rezultatul calculului:

$(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{9}-\sqrt{8}}{\sqrt{72}}) : 0,6$ este:

- a) 0; b) $\frac{2}{3}$; c) 1; d) $\sqrt{2}$.

Notă. Subiectele de la 1 la 20 valorează câte 3 puncte fiecare și subiectele de la 21 la 30 valorează câte 4 puncte.